

УТВЕРЖДАЮ

Директор АНОО «Физтех-лицей»

им. П.Л. Капицы

М.Г. Машкова

2024г.

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАЧИ

АЛГЕБРА

2023-2024 учебный год

8 класс

(математический профиль)

1. Найдите значение числового выражения

$$\frac{4,5 : (47,375 - (26\frac{1}{3} - 18 \cdot 0,75)) \cdot 2,4 : 0,88}{17,81 : 1,37 - 23\frac{2}{3} : 1\frac{5}{6}}$$

2. Пусть $a + b = 3$ и $ab = 1$. Найдите

(a) $a^3 + b^3$; (b) $a^4 + b^4$.

3. Известно, что $a + b + c = 6$ и $a^2 + b^2 + c^2 = 14$. Найдите $ab + bc + ca$.

4. Докажите, что $19^5 + 36^5 - 64 : 17$.

5. Найдите натуральные числа, удовлетворяющие таким условиям:

(a) НОК(a, b, c) = 168; НОК(a, c) = 56; НОК(a, b) = 24; НОД(b, c) = 2; $3a = 4b$;

(b) НОД(a, c) = 4; НОД(b, c) = 6; НОК(a, b) = 60; $c + 24 = 3a$.

6. Найдите все натуральные числа, при делении которых на 7 в частном получится то же число, что и в остатке.

7. При делении некоторого числа m на 13 и 15 получили одинаковые частные, но первое деление было с остатком 8, а второе без остатка. Найдите число m .

8. Докажите, что при всех натуральных n

$$5^{2n} - 1 : 12.$$

9. Докажите, что $10^{70} - 19^2 : 27$.

10. Найдите такие цифры x и y , чтобы число $\overline{-15x37y}$ при делении на 45 давало остаток 37.

11. Вычислите $2, (3) - 3, 1(5) : 23, (6) - 1, 5$.

12. Решите $\sqrt{x+7-4\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+3} = 2$. уравнение

13. Докажите $\sqrt{x+7-4\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+3} = 2$ неравенства

- (a) $a + \frac{1}{a} \geq 2$ при $a > 0$;
 (b) $a + b + c \geq \sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ac}$ при $a, b, c \geq 0$.

14. Известно, что x_1 и x_2 – корни уравнения $x^2 - 14x + 5 = 0$. Не решая уравнения, найдите значение выражения $x_1^3 + x_2^3$.

15. При каком значении a уравнение $2x^2 + 4x + a = 0$ имеет единственный корень?

16. При каких значениях параметра a уравнение

$$\sqrt{x+a} = \sqrt{2|x-1| - 3a}$$

имеет два корня?

17. При каких значениях параметра a уравнение

$$\sqrt{a + |3x - 4| - 2x} = \sqrt{3 - x}$$

имеет два корня?

18. При каких значениях параметра a число 3 заключено между корнями уравнения

$$x^2 - (2a + 1)x + 4 - a = 0?$$

19. Найдите область определения $y = \frac{x^2 - 5}{x^2 - 6x - 16}$ функции

20. Решите неравенства:

(a) $\frac{1}{1 + 1/x} \leq 2$;

(b) $\frac{\frac{1}{x-1} - 1}{1 - \frac{1}{x-7}} \geq 0$;

(c) $\left(\frac{x^2 - 2}{x + 1}\right)^2 > 0$;

(d) $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{6}{x-2} + 9 > 0$.

21. Человек имеет 6 друзей и в течение 5 дней приглашает к себе в гости каких-то троих из них так, чтобы компания ни разу не повторялась. Сколькими способами он может это сделать?

22. Сколько делителей (включая 1 и само себя) имеет число

(a) $2^{10} \cdot 3^{15} \cdot 5^{20}$,

(b) 10^{10} ?