

УТВЕРЖДАЮ

Директор АНОО «Физтех-лицей»

им. П.Л. Капицы

М.Г. Машкова

2024

Экзаменационная работа
(демоверсия)

МАТЕМАТИКА
2023-2024 учебный год

10 класс
(математический профиль)

АЛГЕБРА

1. Решите уравнение

$$2\sqrt{6} \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{23 + \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)}.$$

2. Решите уравнение

$$(8 \sin x + 15 \cos x)(53 + 32 \sin x + 17 \cos 2x) = 1318.$$

3. Решите уравнение

$$\frac{\sin^5 x - \cos^5 x}{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} + \frac{\sin^5 x + \cos^5 x}{\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{7}{8} - \frac{3}{2} \cos 2x.$$

4. Решите уравнение

$$\sin^4 x - 5 \sin^3 x \cos x + 4 \sin^2 x \cos^2 x + 5 \sin x \cos^3 x + \cos^4 x = 0.$$

5. Решите неравенство

$$25^x - 4 \cdot 15^x + 5 \cdot 9^x - 2 \left(\frac{27}{5}\right)^x \geq 0.$$

6. Найдите точку глобального минимума функции $y(x) = 3^x - 2^x$.

7. Решите неравенство

$$\frac{2 \cdot 25^{x+1} - 25^{x^2-1} - 5^{x(x+1)}}{13^x - 5^x - 12^x} \leq 0.$$

8. Решите неравенство

$$\frac{320 - 4^{-x-1}}{128 - 2^{-x}} \geq 2,5.$$

9. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3^{x+y+1} + 7 \cdot 3^{y-2} = 8, \\ \sqrt{x+y^2} = x+y. \end{cases}$$

10. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$4^x - a \cdot 2^x - a + 3 \leq 0$$

имеет хотя бы одно решение.

11. Найдите решения $(x; y)$ системы уравнений

$$\begin{cases} \log_2(3y - 3x + 1) - \log_4(x - 3y)^2 = 1, \\ \log_2\left(1 - \frac{1}{y} - 3x\right) - \log_4 x^2 = 1, \end{cases}$$

которые удовлетворяют неравенству $x - 3y < 0$.

12. Решите неравенство

$$\log_{\frac{x+4}{x+1}}(x+16) \leq 2.$$

13. Решите уравнение

$$\log_{x^2-2x}(2 - 3^{4x-x^2}) = \log_{6-x}(2 - 3^{4x-x^2}).$$

14. Решите неравенство

$$\left(\sqrt[10]{125}\right)^{\log_{\sqrt{5}}^2 x} + 3 \geq x^{\log_5 x} + 3 \left(\sqrt[5]{x}\right)^{\log_5 x}.$$

15. Решите неравенство

$$(x^2 - x + 1)^{16x^3-6x} \leq (x^2 - x + 1)^{13x^2+x^3}.$$

16. Решите неравенство

$$\frac{125 + \left(\log_{\frac{1}{2}}(x^4)\right)^3}{\log_2(x^4) \cdot \log_2(x^2) + 6 \log_{\frac{1}{2}}(x^4) + 17 \log_2(x^2) - 3} \geq 0.$$