

УТВЕРЖДАЮ

Директор АНОО «Физтех-лицей»

им. П.Л. Капицы

М.Г. Машкова

2024г.



**ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА**  
**(демонстрационный вариант)**

**МАТЕМАТИКА**  
**2023-2024 учебный год**

**10 класс**  
**(химико-биологический профиль)**

1. Решите уравнения:

а)  $\frac{4x}{4x^2-8x+7} + \frac{3x}{4x^2-10x+7} = 1$

б)  $|x-2| + 3x = |x-5| - 18$

в)  $\sqrt{2x+5} + \sqrt{6+x} = 3$

г)  $2 \sin^2 x + \sin x \cos x + \sqrt{3}(\sin 2x + \cos^2 x) = 0$

2. Решить неравенство:

а)  $\frac{14x}{x+1} - \frac{9x-30}{x-4} < 0$

б)  $\sqrt{x^2 - 3x - 10} < 8 - x$

3. Упростить выражение:

а)  $\frac{a-1}{a+a^2+1} : \frac{a^{0,5}+1}{a^{1,5}-1} + \frac{2}{a^{-0,5}}$

б)  $1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2} - 3\pi\right) + \sin^2 \frac{\alpha}{4} - \cos^2 \frac{\alpha}{4}$

4. Исследовать функцию и построить ее график:  $y = \frac{(x+1)(x+8)}{x}$

5. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны рёбра  $AB = 8$ ,  $AD = 7$ ,  $AA_1 = 5$ . Точка  $W$  принадлежит ребру  $DD_1$  и делит его в отношении  $1 : 4$ , считая от вершины  $D$ .

а) Докажите, что сечение этого параллелепипеда плоскостью, проходящей через точки  $C$ ,  $W$  и  $A_1$  — параллелограмм.

б) Найдите площадь этого сечения.

6. Основанием прямой призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является равнобедренный треугольник  $ABC$ , где  $AB = AC = 5$  и  $BC = 8$ . Высота призмы равна 3.
- Докажите, что треугольник  $A_1BC$  остроугольный.
  - Найдите угол между прямой  $A_1B$  и плоскостью  $BCC_1$ .
7. Окружность, построенная на медиане  $BM$  равнобедренного треугольника  $ABC$  как на диаметре, второй раз пересекает основание  $BC$  в точке  $K$ .
- Докажите, что отрезок  $BK$  втрое больше отрезка  $CK$ .
  - Пусть указанная окружность пересекает сторону  $AB$  в точке  $N$ . Найдите  $AB$ , если  $BK = 18$  и  $BN = 17$ .
8. Антон взял кредит в банке на срок 6 месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на одно и то же число процентов (месячную процентную ставку), а затем уменьшается на сумму, уплаченную Антоном. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 63%. Найдите месячную процентную ставку.
9. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что выпадет хотя бы две решки.
10. Правильный игральный кубик бросали до тех пор, пока сумма выпавших при всех бросках очков не стала больше, чем 3. Известно, что общая сумма очков оказалась равна 4. Какова вероятность того, что был сделан ровно один бросок? Ответ округлите до сотых.