

УТВЕРЖДАЮ

Директор АНОО «Физтех-лицей»
им. П. Л. Капицы

М.Г. Машкова

_____ 2024

Экзаменационная работа
(демоверсия)

МАТЕМАТИКА

2023-2024 учебный год

10 класс

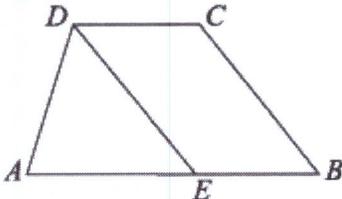
Абсолютно для всех заданий требуется оформление решения в чистовике.

3 – 15-19 баллов.

4 – 20-24 баллов.

5 – 25-32 баллов.

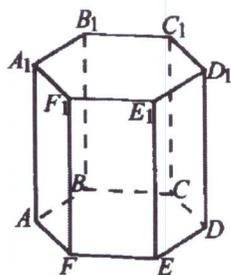
1.(1) Прямая, проведенная параллельно боковой стороне трапеции через конец меньшего основания делит большее основание пополам и отсекает от трапеции треугольник, площадь которого равна 16. Найдите площадь трапеции.



2.(1) Даны векторы

$\vec{a} (5; -2)$, $\vec{b} (1; 3)$ и $\vec{c} (1; -5)$. Найдите длину вектора $3\vec{b} - 2\vec{a} + \vec{c}$.

3. (1) Сторона основания правильной шестиугольной призмы ABCDEFA₁B₁C₁D₁E₁F₁ равна 4, боковые ребра равны 6(см. рис). Найдите расстояние между точками C и F₁.



4.(1) В классе 21 учащийся, среди них два друга – Никита и Алексей. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Никита и Алексей окажутся в одной группе.

5.(1) В таблице показано распределение случайной величины X . Найдите EX -математическое ожидание этой случайной величины.

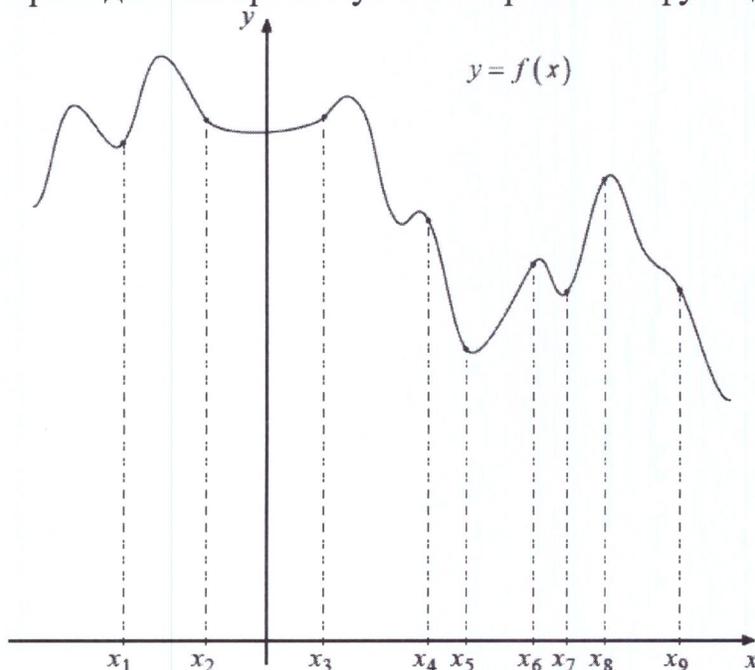
Значения X	-6	-4	1	2	4
Вероятности	0,2	0,1	0,5	0,1	0,1

6.(1) Найдите корень уравнения $\log_{81} 27^{4x+1} = 3$.

7.(1) При всех допустимых значениях x найдите значение выражения

$$(729^{1/\log_5 9} - 256^{\log_4 5}) \cdot (\log_3(3 \operatorname{tg}(x + \pi)) + \log_9(\operatorname{ctg}(-x))^2)$$

8.(1) На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?

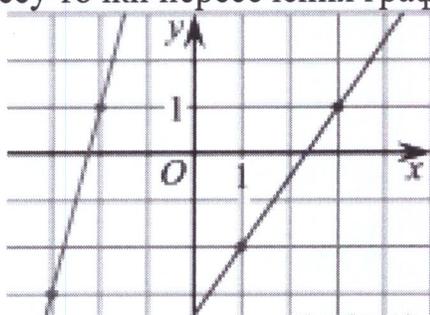


9.(1) Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с фокусным расстоянием $f=22$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от

20 см до 30 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана - в пределах от 70 см до 110 см. Изображение на экране будет четким, если выполняется соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким? Ответ дайте в сантиметрах.

10.(1) По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 50 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 800 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 33 секундам. Ответ дайте в метрах.

11.(1) На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



12.(1) Найдите наименьшее значение функции $y = 13\cos x - 17x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

13.(2) а) Решите уравнение

$$7^{\log_2^2(\cos x)} = \frac{49}{7^{\log_2(\cos x)}}.$$

б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14.(3) Основание пирамиды $DABC$ - прямоугольный треугольник ABC с прямым углом при вершине C . Высота пирамиды проходит через точку B . Точки M и N - середины ребер AD и BC соответственно.

а) Докажите, что MN является биссектрисой угла BMC .

б) Найдите угол между прямыми BD и MN , если $BD = 4\sqrt{2}$, $AC = 12$.

15.(2)

Решите неравенство

$$\log_5(3x^2 - 2) - \log_5 x < \log_5 \left(3x^2 + \frac{1}{x} - 3\right).$$

16.(2) В кредит взяли 1100 тыс. рублей на 5 лет под $r\%$ годовых. По условиям кредита, на конец первых трех лет задолженность остается неизменной и равной 1100 тысячам рублей, а выплаты последних двух лет

равны. На конец пятого года кредит должен быть погашен. Найдите r , если известно, что сумма всех выплат составит 2100 тысяч рублей.

17.(3) В трапеции ABCD основание AD два раза больше основания BC. Внутри трапеции взяли точку M так, что углы DCM и ABM прямые.

а) Докажите, что $AM=DM$.

б) Найдите угол BAD, если угол ADC равен 60^0 , а расстояние от точки M до прямой AD равно стороне BC.

18.(4) Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(4x - x^2)^2 - 32\sqrt{4x - x^2} = a^2 - 14a$$

имеет хотя бы один корень.

19.(4) На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 8.

а) Может ли сумма составлять 264?

б) Может ли их сумма составлять 360?

в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 2172?